

* Капила уља почиње да се креће из мира под дејством својствене тежине вертикално надолу у ваздуху чији је коефицијент вискозности η . После извесног времена капила досиже дрзину v_0 и наставља даље кретање равномерно дрзном. Уколико је радијус капила r , густина уља ρ_0 и густина ваздуха ρ_a одређени:



а) дрзину капила при равномерном кретању

б) функцију $v = v(t)$ пре успостављања равномерности кретања

$$а) 0 = mg - \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g - 6\pi \eta r v$$

$$б) m a = mg - \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g - 6\pi \eta r v$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0 g}{m} - \frac{6\pi \eta r}{m} v$$

$$6\pi \eta r v = mg - \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g$$

$$\frac{dv}{g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0}{m}\right) - \frac{6\pi \eta r}{m} v} = dt$$

$$v = \frac{\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g - \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g}{6\pi \eta r}$$

$$\int \frac{-\frac{m}{6\pi \eta r} d \left(g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0}{m}\right) - \frac{6\pi \eta r}{m} v \right)}{g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0}{m}\right) - \frac{6\pi \eta r}{m} v} = \int dt$$

$$v = \frac{\frac{2}{3} r^3 \pi g (\rho_0 - \rho_a)}{3 \cdot 6\pi \eta r}$$

$$-\frac{m}{6\pi \eta r} \ln \left[g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0}{m}\right) - \frac{6\pi \eta r}{m} v \right] = t + C$$

$$v = \frac{2 r^3 g (\rho_0 - \rho_a)}{9 \eta r}$$

$$t = 0 \quad v_0 = 0$$

$$v = \frac{2 r^2 g (\rho_0 - \rho_a)}{9 \eta}$$

$$-\frac{m}{6\pi \eta r} \ln \left[g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi \rho_0}{m}\right) - 0 \right] = C$$

$$-\frac{m}{6\pi\eta r} \ln \left[g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi P_0}{m} \right) - \frac{6\pi\eta r}{m} \vartheta \right] = t - \frac{m}{6\pi\eta r} \ln \left[g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi P_0}{m} \right) \right]$$

$$-\frac{m}{6\pi\eta r} \ln \frac{g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi P_0}{m} \right) - \frac{6\pi\eta r}{m} \vartheta}{g \left(1 - \frac{4}{3} \frac{r^3 \pi P_0}{m} \right)} = t$$

$$\ln \left[1 - \frac{\frac{6\pi\eta r}{m} \vartheta}{\frac{g}{m} \left(m - \frac{4}{3} r^3 \pi P_0 \right)} \right] = -\frac{6\pi\eta r}{m} t$$

$$1 - \frac{6\pi\eta r}{g \left(\frac{4}{3} r^3 \pi P_0 - \frac{4}{3} r^3 \pi P_0 \right)} \vartheta = e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}$$

$$\frac{6\pi\eta r}{\frac{2}{3} r^3 \pi g (P_0 - P_0)} \vartheta = 1 - e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t}$$

$$\vartheta = \frac{2r^3 g (P_0 - P_0)}{9\eta} \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta r}{m} t} \right)$$

$$m = \frac{4}{3} r^3 \pi P_0$$

$$\vartheta = \frac{2r^3 g (P_0 - P_0)}{9\eta} \left(1 - e^{-\frac{3 \cdot 6\pi\eta r}{\frac{4}{3} r^3 \pi P_0} t} \right)$$

$$V(t) = \frac{2r^3 g (P_0 - P_0)}{9\eta} \left(1 - e^{-\frac{9\eta}{2r^3 P_0} t} \right)$$

↓
0

$$V_m = \frac{2r^3 g (P_0 - P_0)}{9\eta}$$

* Измету хоризонталних ипача работ кондензатора капиља уља
 прете пут $S = 1,2 \text{ cm}$ под дејством сопствене тежине за време
 $t = 100 \text{ min}$. Ако капиља носи $q = 5$ елементарних елементарних
 колико електристичко поље преда осбарни измету ипача
 кондензатора да ли се капиља заустави? Коэффициент вискозности
 ваздуха је $1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$; густина уља је 900 kg/m^3 ; густина
 ваздуха је $1,2 \text{ kg/m}^3$

$$S = 1,2 \text{ cm} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$t = 100 \text{ min} = 100 \cdot 60 \text{ s} = 6 \cdot 10^3 \text{ s}$$

$$\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

$$\rho_u = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_v = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

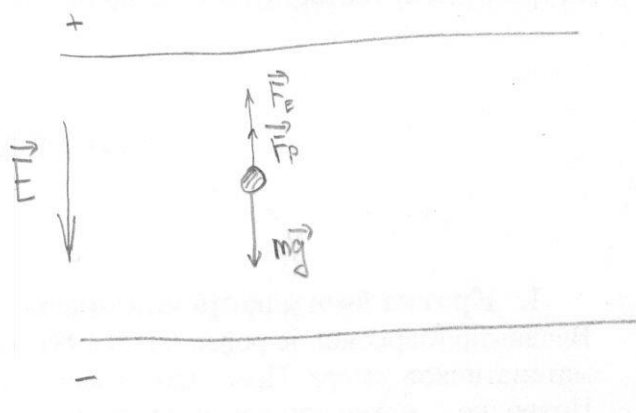
$$q = 5 \cdot e = 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{F}_g = m\vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_u \cdot \vec{g} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_u g \cdot \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_p = -m_v \vec{g} = -\rho_v V \vec{g} = -\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_v g \cdot \vec{e}_x$$

$$\vec{F}_b = -6\pi\eta r \vec{v} = -6\pi\eta r v \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$



$$\vec{F}_g + \vec{F}_p + \vec{F}_E = 0$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_u g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_v g - qE = 0$$

$$qE = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_u - \rho_v) g$$

$$E = \frac{4\pi r^3 (\rho_u - \rho_v) g}{3q}$$

$$S = 1,2 \text{ cm} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$t = 6 \cdot 10^3 \text{ s}$$



$$mg = F_p + F_s$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_u = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 + 6 \pi \eta r v$$

$$v = \frac{S}{t}$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_u g - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g = 6 \pi \eta r \frac{1}{t}$$

$$\frac{4}{3} \pi r^2 (\rho_u - \rho_0) g = \frac{6 \eta}{t}$$

$$r^2 = \frac{18 \eta}{4 t (\rho_u - \rho_0) g}$$

$$r = \sqrt{\frac{18 \eta}{4 t (\rho_u - \rho_0) g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{18 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{4 \cdot 6 \cdot 10^3 \text{ s} \cdot (900 - 1,2) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$r = \sqrt{1,837 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{10} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}}}$$

$$r = \sqrt{1,837 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2}$$

$$r = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ m} \text{ (радиус частицы)}$$

$$E = \frac{4 \pi r^3 (\rho_u - \rho_0) g}{3 \cdot q}$$

$$E = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (1,3 \cdot 10^{-7})^3 \text{ m}^3 (900 - 1,2) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{3 \cdot 5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$E = 101,377 \frac{\text{Ns} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\text{C}}$$

$$E = 101,4 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{CV}}{\text{m}}$$

$$E = 101,4 \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ (электрическое поле)}$$

* Уред измеран напон $U = 63\text{ V}$ прикључен је на хоризонталне плоче
 равнског кондензатора које су међусобно размакнуте $d = 4\text{ cm}$.

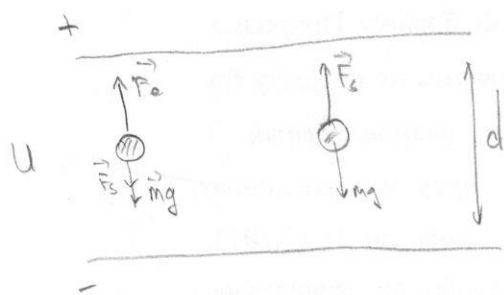
Наелектрисана капица улази се у обим пољу навише брзином

$v_e = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Када се изађу из поља капица се креће под

дејством кохзивне силе $v_g = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Колико је наелектрисаност

капице ако је њена густина $\rho_0 = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ а коефицијент

вискозности ваздуха је $\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$. Сила кохзивна се занемарује.



$$U = 63\text{ V}$$

$$d = 4\text{ cm} = 4 \cdot 10^{-2}\text{ m}$$

$$v_e = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_g = 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\rho_0 = 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$$

$$F_p = 0$$

$$mg + F_s = F_e$$

$$\frac{4}{3} \rho_0 r^3 \pi g + 6 \pi \eta r v_e = q \cdot E$$

$$E = \frac{U}{d}$$

$$q = \frac{\frac{4}{3} \rho_0 r^3 \pi g + 6 \pi \eta r v_e}{\frac{U}{d}}$$

$r = ?$

$$mg = F_s$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g = 6 \pi \eta r v_0$$

$$r = \sqrt{\frac{6 \pi \eta v_0}{\frac{4}{3} \pi \rho_0 g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \eta v_0}{2 \rho_0 g}}$$

$$r = \sqrt{\frac{9 \cdot 18 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2 \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

$$\eta = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

$$r = 1,35 \cdot 10^{-7}$$

$$\frac{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}^2}}$$

$$r = 1,35 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^2}{\text{s}^2 \text{m}^2 \text{kg}}}$$

$$r = 1,35 \cdot 10^{-7} \sqrt{\text{m}^2}$$

$$r = 1,35 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$q = n \cdot e$$

$$n = \frac{q}{e}$$

$$q = \frac{\frac{4}{3} \rho_0 \cdot r^3 \eta g + 6 \pi \eta r v_0 e}{\frac{U}{d}}$$

$$q = \frac{\frac{4}{3} \cdot 900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot (1,35 \cdot 10^{-7} \text{ m})^3 \cdot 3,14 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 6 \cdot 3,14 \cdot 1,35 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{m}}}{\frac{63 \text{ V}}{4 \cdot 10^{-2} \text{ m}}}$$

$$q = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9,1 \cdot 10^{-16} \text{ N} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}{1575 \frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

$$q = 3,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}}$$

$$F = q \cdot E$$

$$q = 10 \cdot 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$q = 3,1 \cdot 10^{-3} \frac{\text{C} \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{3,1 \cdot 10^{-3} \text{ C}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

$$n \approx 2 \cdot 10^{16}$$

*) Наелектрисана каи уља претежи цуи $S = 2 \text{ mm}$ за време $t = 54,8 \text{ s}$ у правилином пољу. Не менајући наелектрисање каи она се може зауставити дејством поља ~~и~~ јачине $E = 2,9 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Када се помоћу рентгенских (x-зрака) зраци наелектришу за Δq , каица се крете брзином $v_e = 1,185 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ навише. За колико се зрачило наелектришање Δq ако је

$$\eta = 1,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{As}}{\text{m}^2}$$

$$t = 54,8 \text{ s}$$

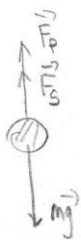
$$\rho_0 = 824 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$S = 2 \text{ mm}$$

$$E = 2,37 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\rho_0 = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v_e = 1,185 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$|m\vec{g}| = |\vec{F}_g| + |\vec{F}_p|$$

$$mg = \vec{F}_g + \vec{F}_p$$

$$mg = G\pi\eta\omega r + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_0g$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho_0g = G\pi\eta r\omega + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_0g$$

$$\omega = \frac{s}{t}$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho_0g = G\pi\eta\frac{s}{t} + \frac{4}{3}r^3\pi\rho_0g$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3g(\rho_0 - \rho_0) = G\pi\eta\frac{s}{t} \quad (1)$$

$$r^2 = \frac{6\pi\eta \frac{S}{t}}{\frac{4}{3}\pi\rho g(\rho_v - \rho_w)}$$

$$\left[\frac{\frac{N \cdot s}{m^2} \cdot m}{s \frac{m}{s^2} \frac{kg}{m^3}} \right] = \left[\frac{\frac{N s m}{m^2 m}}{s \frac{kg}{m^3}} \right] = \left[\frac{N s^2 m^2}{kg m} \right]$$

$$r^2 = \frac{9\pi\eta S}{2\pi t g(\rho_v - \rho_w)}$$

$$\left[\frac{kg \frac{m}{s^2} \cdot s \cdot m^2}{kg m} \right] = [m^2]$$

$$r = 3 \sqrt{\frac{\pi\eta S}{2\pi t g(\rho_v - \rho_w)}} = 3 \sqrt{\frac{3,14 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot 2 \cdot 10^3 m}{2 \cdot 3,14 \cdot 58,45 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (1824 \frac{kg}{m^3} - 1,29 \frac{kg}{m^3})}} \approx 5,9 \cdot 10^{-7} m$$



$$\vec{F}_g + \vec{F}_p + \vec{F}_E = 0$$

$$mg = F_p + F_E$$

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_v g = \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_w g + q E$$

$$\frac{4}{3} r^3 \pi g (\rho_v - \rho_w) = q E \quad (2)$$

Substituindo (1) e (2)

$$q E = 6\pi\eta r \vartheta$$

$$q = \frac{6\pi\eta r \vartheta}{E}$$

$$q = \frac{6\pi\eta r \sqrt{\frac{\pi\eta S}{2\pi t g(\rho_v - \rho_w)}} \frac{S}{t}}{E}$$

$$q = \frac{6 \cdot 3,14 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \frac{N \cdot s}{m^2} \cdot 5,9 \cdot 10^{-7} m \cdot \frac{2 \cdot 10^3 m}{54,83}}{2,37 \cdot 10^4 \frac{V}{m}}$$

$$q \approx 2,62 \cdot 10^{-15} C$$

$$\left[\frac{\frac{N \cdot s}{m^2} \cdot m \cdot \frac{m}{s}}{\frac{V}{m}} \right] = \left[\frac{N m}{V} \right]$$

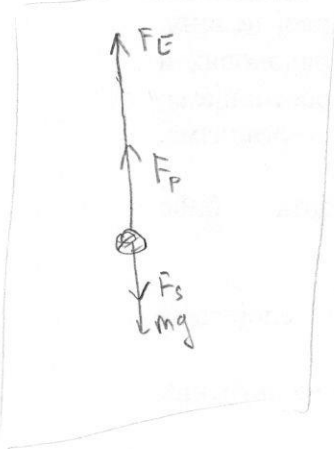
$$F = q E$$

$$\kappa = C \cdot \frac{V}{m}$$

$$= \left[\frac{C \cdot \frac{V}{m} m}{V} \right] = [C]$$

$$q \rightarrow q + \Delta q$$

$$\vartheta_e = 1,135 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{J}}$$



$$mg + F_s = F_E + F_P$$

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g + 6 \pi \eta r \vartheta_e = (q + \Delta q) E + \frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g$$

$$\Delta q E = \frac{4}{3} r^3 \pi g (\rho_0 - \rho_0) + 6 \pi \eta r \vartheta_e - q E$$

$$\Delta q = \frac{4 r^3 \pi g (\rho_0 - \rho_0) + 18 \pi \eta r \vartheta_e}{3 E} - q$$

$$\Delta q = \frac{4 \cdot (5,9 \cdot 10^{-9} \text{ m})^3 \cdot 3,14 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (824 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} - 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) + 18 \cdot 3,14 \cdot 1,18 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot 5,3 \cdot 10^{-7} \text{ m}}{3 \cdot 2,9 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}} - 1,185 \cdot 10^{-15} \text{ J}}$$

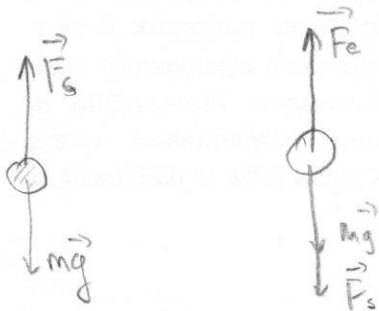
$$\Delta q = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\Delta q = n e^- \Rightarrow n = 2$$

$$\left[\frac{m \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot \text{m} \cdot \frac{\text{m}}{\text{J}}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}} - c \right] = \left[\frac{\text{N} + \text{N}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}} - c \right] = \left[\frac{\text{N}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}} - c \right]$$

$$= \left[\frac{c \cdot \frac{\text{V}}{\text{m}}}{\frac{\text{V}}{\text{m}}} - c \right] = [c]$$

*) Капсула уља се под дејством кохсилене шетнице креће
 брзином од $4,55 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s}$ у ваздуху чији је коефицијент
 вискозности $\eta = 1,6 \cdot 10^{-5} \frac{Ns}{m^2}$. Када се прикључи електрично поље
 јачине $E = 2 \cdot 10^{-5} \frac{V}{m}$ капсула се поље навише и за време
 $t = 36 s$ претје растојање $s = 4 m$. На основу ових података
 одредити наелектрисање капсу ако је густина уља
 $\rho_0 = 800 \frac{kg}{m^3}$, а густина ваздуха занемарљива



$$mg = F_s$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g = 6 \pi \eta r v$$

$$r = \sqrt{\frac{6 \pi \eta v}{\frac{4}{3} \pi \rho_0 g}}$$

$$r \approx 6,5 \cdot 10^{-8} m$$

$$mg + F_s = F_e$$

$$\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g + 6 \pi \eta r v = q E$$

$$q = \frac{1}{E} \left(\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g + 6 \pi \eta r v \right)$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$q = \frac{1}{E} \left(\frac{4}{3} r^3 \pi \rho_0 g + 6 \pi \eta r \frac{s}{t} \right)$$

$$q \approx 1,1 \cdot 10^{-10} C$$