Поларизација у равни

Размотримо два таласа чије су осцилације ортогоналне:

$$\vec{E}_x(z,t) = E_{0x}\cos(kz-\omega t)\,\vec{i}$$

$$\vec{E}_y(z,t) = E_{0y}\cos(kz-\omega t+\varepsilon)\,\vec{j}$$

Таласи се простиру у позитивном правцу z-осе и имају релативну разлику у фази ε.

$$\vec{E}_x(z,t) \in xOz$$

$$\vec{E}_y(z,t) \in yOz$$

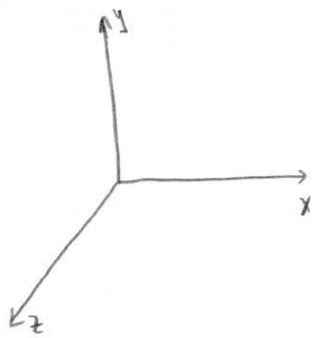
Резултујући талас:

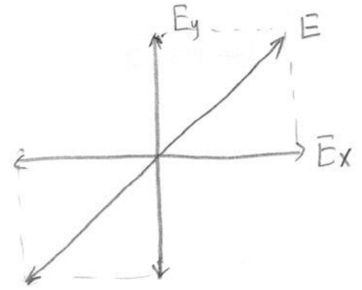
$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_x(z,t) + \vec{E}_y(z,t)$$

У случају када је $\varepsilon = 0 \pm 2k\pi$, $k = 0,1,2,3,\dots$

$$\vec{E}(z,t) = \left(E_{0x}\vec{i} + E_{0y}\vec{j}\right)\cos(kz-\omega t)$$

Амплитуда $E_{0x}\vec{i} + E_{0y}\vec{j}$ је const и талас је линеарно поларизован



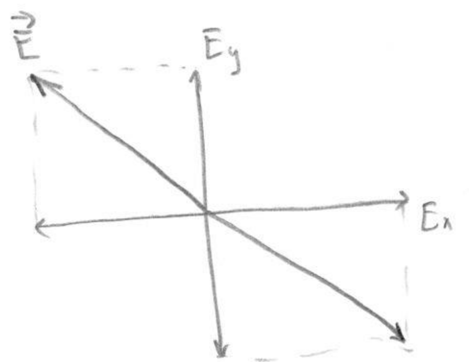


У случају када је $\varepsilon = \pm k\pi$; $k = 1, 2, \dots$

Компоненте поља $\vec{E}$, $\vec{E}_x$ и $\vec{E}_y$ су у супротној фази:

$$\vec{E}(z,t) = \left(E_{0x}\vec{i} - E_{0y}\vec{j}\right)\cos(kz-\omega t)$$

Резултујући талас и у овом случају има const амплитуду и линеарно је поларизован



5.1. (necht) Нека су дата два линеарно поларизована таласа:

$$\vec{E}(z,t) = \left(E_{ox}\vec{i} + E_{oy}\vec{j}\right)\cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{E}'(z,t) = \left(E'_{ox}\vec{i} - E'_{oy}\vec{j}\right)\cos(kz - \omega t)$$

Показати да у општем случају овакви таласи нису ортогонални. Под којим околностима ће њихове равни осцилована бити ортогоналне?

Решење:

Обележимо са $\vec{E_0}$ и $\vec{E_0'}$ амплитудне векторе таласа $\vec{E}$ и $\vec{E}'$

$$\vec{E_0} = E_{ox}\vec{i} + E_{oy}\vec{j}$$

$$\vec{E_0'} = E'_{ox}\vec{i} - E'_{oy}\vec{j}$$

$$\vec{E_0}\cdot\vec{E_0'} = E_0 E_0' \cos\theta$$

$$\theta = \measuredangle\left(\vec{E_0}, \vec{E_0'}\right)$$

$$\vec{E_0}\cdot\vec{E_0'} = \left(E_{ox}\vec{i} + E_{oy}\vec{j}\right)\cdot\left(E'_{ox}\vec{i} - E'_{oy}\vec{j}\right) =$$

$$= E_{ox}E'_{ox} - E_{oy}E'_{oy}$$

$$\cos\theta = \frac{E_{ox}E'_{ox} - E_{oy}E'_{oy}}{E_0 \cdot E_0'}$$

$\theta = 90^\circ$; $E_{ox}E'_{ox} = E_{oy}E'_{oy}$

Најједноставнији случа

$E_{ox} = E_{oy} \wedge E'_{ox} = E'_{oy}$

5.4. (нескт) Описати талас дат изразом

$$\vec{E} = E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)\vec{j} - E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)\vec{k}$$

Решење:

$$\vec{E} = \left(E_0\vec{j} - E_0\vec{k}\right)\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - \omega t\right)$$

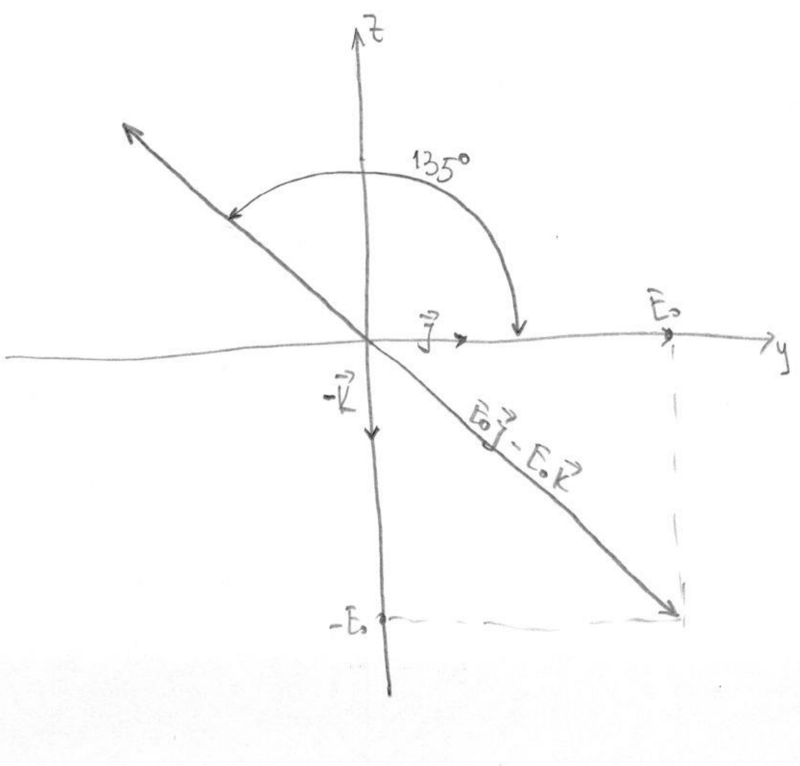
Талас се простире у позитивном правцу x-осе са амплитудом:

$$E_0\vec{j} - E_0\vec{k} = E_0\left(\vec{j} - \vec{k}\right) = const$$

Талас је линеарно поларизован

Интензитет амплитуде:

$$\left|E_0\vec{j} - E_0\vec{k}\right| = E_0\left|\vec{j} - \vec{k}\right| = E_0\sqrt{\vec{j}^2 + (-\vec{k})^2} = E_0\sqrt{2}$$



Циркуларна (кружна) поларизација

Нека су дата два ортогонална линеарно поларизована таласа чија је релативна фаза $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Нека су им амплитуде једнаке $E_{0x} = E_{0y} = E_0$

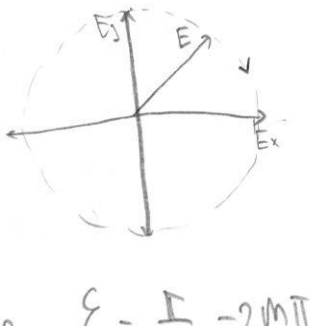
$$\vec{E}_x(z,t) = E_0 \cos(kz - \omega t)\,\vec{i}$$

$$\vec{E}_y(z,t) = E_0 \sin(kz - \omega t)\,\vec{j}$$

Резултантни талас:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$$

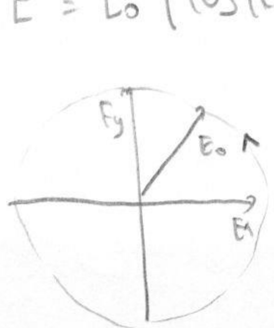
$$\vec{E} = E_0\left(\cos(kz - \omega t)\,\vec{i} + \sin(kz - \omega t)\,\vec{j}\right)$$



десно циркуларно поларизован

Ако је $\varepsilon = \frac{\pi}{2} - 2m\pi$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\vec{E} = E_0\left(\cos(kz - \omega t)\,\vec{i} - \sin(kz - \omega t)\,\vec{j}\right)$$



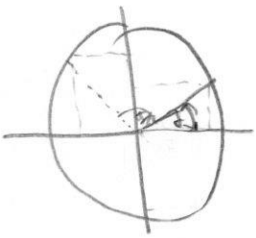
лево циркуларно поларизован

5.8. Одредити оријентацију кружне поларизације таласа:

$$\vec{E} = E_0\left(\vec{i}\sin(kz-\omega t)+\vec{j}\cos(kz-\omega t)\right)$$

Решење:

$$\vec{E} = E_0\left(\vec{i}\sin\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)+\vec{j}\cos\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$



$$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\alpha$$

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\alpha$$

$$\vec{E} = E_0\left(\vec{i}\cos\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}\right)-\vec{j}\sin\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

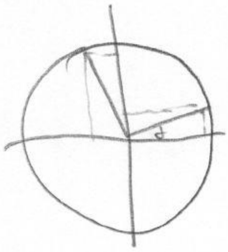
Лево циркуларно поларизован

5.9. Одредити оријентацију кружне поларизације таласа:

$$\vec{E}(z,t) = E_0\left[\vec{i}\sin(kz-\omega t) - \vec{j}\cos(kz-\omega t)\right]$$

Решење

$$\vec{E}(z,t) = E_0\left[\vec{i}\sin\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right) - \vec{j}\cos\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}\right)\right]$$



$$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$$

$$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0\left[\vec{i}\cos\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}\right) + \vec{j}\cos\left(kz-\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

Десно циркуларно поларизован

5.11. (test) Показати да суперпозицијом лево и десно циркуларно поларизованог таласа се може добити линеарно поларизован талас у случају да су амплитуде циркуларно поларизованих таласа једнаке.

Решење:

$$\vec{E}_R = E_{0R}\left[\vec{i}\cos(kz-\omega t) + \vec{j}\sin(kz-\omega t)\right]$$

$$\vec{E}_L = E_{0L}\left[\vec{i}\cos(kz-\omega t) - \vec{j}\sin(kz-\omega t)\right]$$

$$\vec{E} = \vec{E}_R + \vec{E}_L$$

$$\vec{E} = (E_{0R}+E_{0L})\vec{i}\cos(kz-\omega t) + (E_{0R}-E_{0L})\vec{j}\sin(kz-\omega t)$$

У случају $z=0,\ t=0 \quad \vec{E} = (E_{0R}+E_{0L})\vec{i}$

$z=0,\ t=\frac{T}{4} \quad \vec{E} = (E_{0R}-E_{0L})\vec{j}$

И правац простирања и амплитуда $\vec{E}$ зависи од z и t, па резултујући талас није ни линеарно ни циркуларно поларизован.

Ако је $E_{0R} = E_{0L} = E_0$

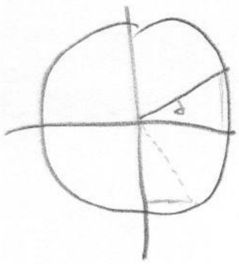
$$\vec{E} = 2E_0\vec{i}\cos(kz-\omega t)$$ - линеарно поларизован

5.14. (Hecht) Описати поларизационо стање таласа

$$\vec{E} = \vec{i}\, E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}\right) + \vec{j}\, E_0 \cos(\omega t - kz)$$

Решење:

$$\vec{E} = \vec{i}\, E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}\right) + \vec{j}\, E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)$$



$$\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\alpha$$

$$\vec{E} = \vec{i}\, E_0 \cos\left(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}\right) - \vec{j} \sin\left(\omega t - kk + \frac{\pi}{2}\right)$$

Лево циркуларно поларизован