

ПРИРОДНО-МАТЕМАТИЧКИ ФАКУЛТЕТ У КРАГУЈЕВЦУ

Институт за физику

Лабораторија за наставна средства

Милан С. Ковачевић

СИЛА КОЈОМ МАГНЕТ ДЕЛУЈЕ НА СТРУЈНУ КОНТУРУ

Литература:

Manuel I Gonzales, Force exerted by a magnet on a circular coil, *Phys. Educ.* **54**
(2019) 055025 (6pp)

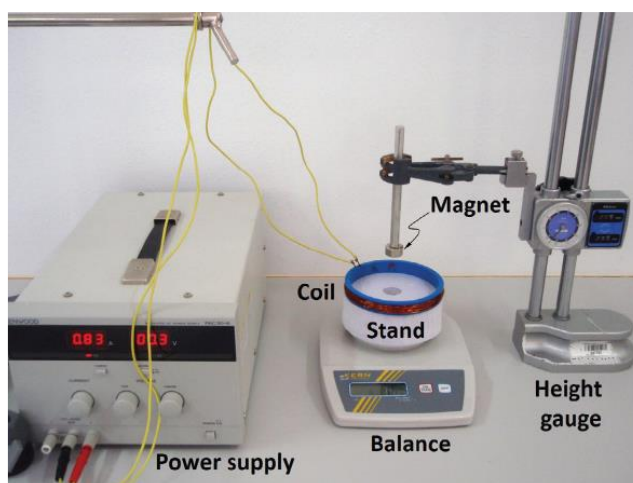
Крагујевац 2020.

Апстракт

Сила којом магнет делује на струјну контуру заузима важно место у магнетизму. Овде је описан релативно једноставан експеримент којим се демонстрира магнетна сила којом стални кружни магнет делује на струјни калем. Јачина магнетне силе као и њено привлачно/одбојно дејство региструје се помоћу дигиталне ваге. Мерења јасно показују линеарност између интензитета силе и јачине струје у калему. Такође, истим огледом се може испитати зависност магнетне силе од удаљености између магнета и калема и направити поређење са аналитичким моделом.

1. Експеримент

Нађимо сада магнетну силу којом стални магнет (неодијумски) делује на струјни калем који има N намотаја и кроз који протиче једносмерна струја јачине I (видети слику 1).



СЛИКА 1. Експериментална поставка (*Phys. Educ.* 54 (2019) 055025 (6pp)).

За реализацију експеримента неопходан је следећи прибор:

- Цилиндрични неодијумски магнет пречника 10 или 20mm, висине $h=10\text{mm}$ са осном магнетизацијом.
- Калем са приближно $N=30$ намотаја и средњег полупречника $R=50\text{mm}$ (експеримент се може реализовати и са калемом квадратног облика).
- Дигитална вага са тачношћу 0.01g.
- Лењир или нонијус за мерење удаљености z магнета од центра калема.
- Извор једносмерне струје са могућношћу подешавања јачине струје од 0 до 2A са интервалом од 0.25A (у апаратуру се може укључити и дигитални амперметар).
- Проводници (жице), сталак, држачи.

Стални неодијумски магнет је фиксиран на изолаторском држачу на растојању z од центра калема дуж осе калема. Калем се налази на дигиталној ваги постављен на изолаторској подлози. Кроз калем се пропушта струја јачине I . Када је јачина струје једнака нули узима се да је и магнетна сила нула.

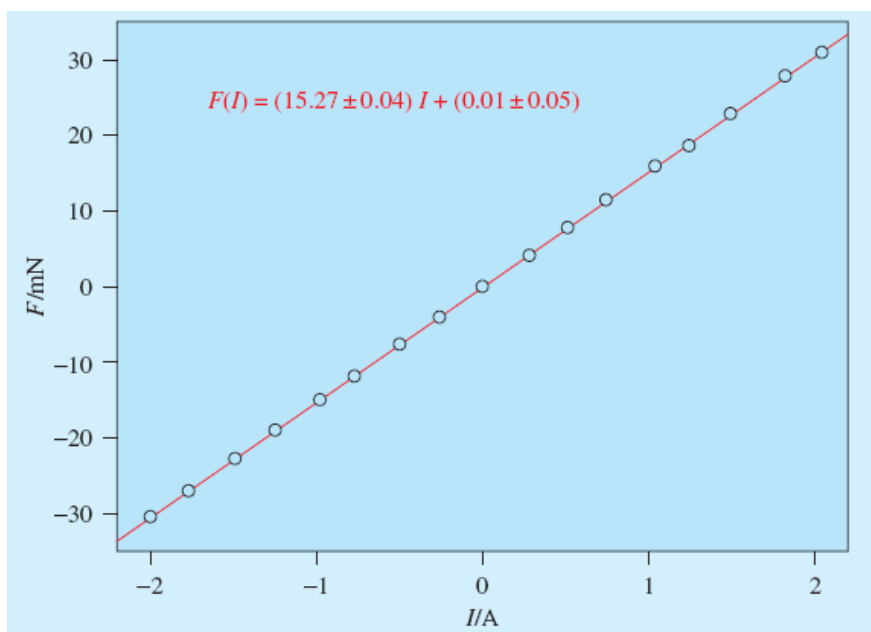
Мерења

Описана експериментална поставка омогућава: (а) проверу линеарности између јачине струје и магнетне силе за фиксно растојање између магнета и калема, и (б) мерење зависности магнетне силе од удаљености између магнета и калема за фиксну вредност јачине струје у калему.

А) Магнетна сила у функцији од јачине струје

Сила којом неко магнетно поље (независно који извор је у питању) делује на струјну контуру је линеарна функција од јачине струје кроз контуру. Ову чињеницу треба да потврди следећи експеримент.

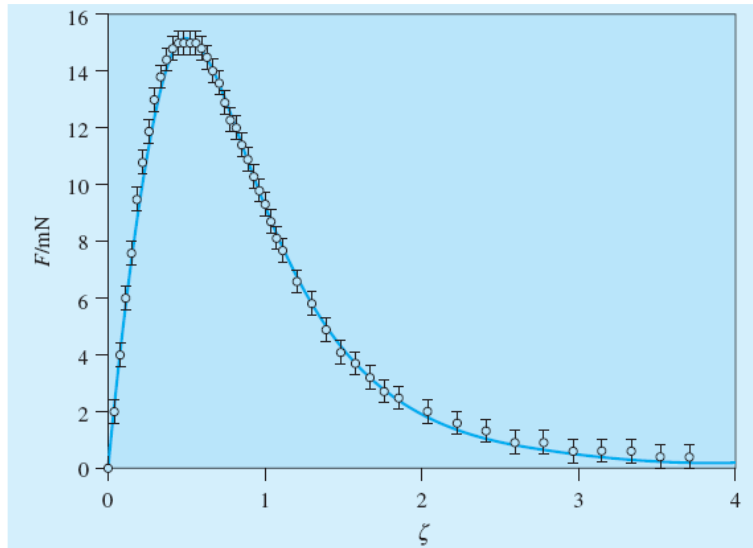
Поставити магнет на растојању фиксно $z \approx 5\text{ cm}$ од центра калема дуж осе калема (ова раздаљина не мора бити прецизно измерена али треба имати на уму да је осетљивост дигиталне ваге највећа (максимална магнетна сила) када је z око $R/2$. Јачину струје у калему мењати у интервалу од -2 до $+2\text{ A}$ у корацима по 0.25 A , приближно (негативна струја се добија заменом конектора $+$ и $-$ на извору). Типична зависност која се очекује је приказана на слици 2.



СЛИКА 2. Сила (у милињутнима) у функцији од јачине струје (кружићи: резултати добијени мерењем, линија: линеарни фит) (*Phys. Educ.* 54 (2019) 055025 (6pp)).

Б) Магнетна сила у функцији од растојања између калема и магнета

За тестирање зависности магнетне силе од растојања z (или од нормализованог растојања $\xi = z/R$) може послужити следећи експеримент: за фиксну јачину струје у калему $I = 0.8\text{ A}$ мењати растојање z од 0 до 200 mm ($0 \leq \xi \leq 3.7$) мерити силу F . Типична зависност јачине магнетне силе од растојања између магнета и центра калема приказана је на слици 3.

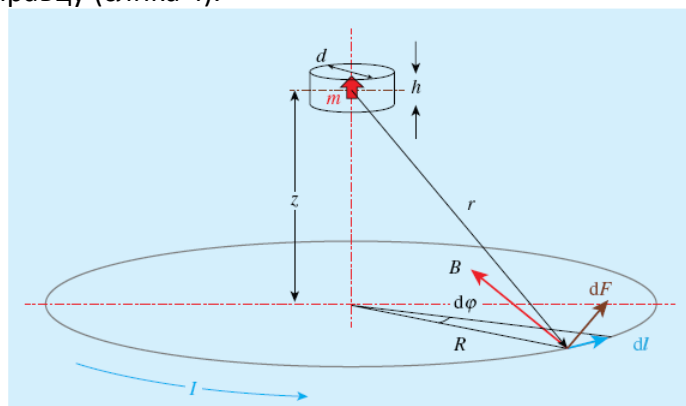


СЛИКА 3. Сила у функцији од бездимензионалног растојања ζ за константну јачину струје у калему $I = 0.8\text{A}$ (кружићи: резултати добијени мерењем, линија: фит – аналитички модел) (*Phys. Educ.* 54 (2019) 055025 (6pp)).

2. Теорија

Ако кроз калем протиче струја јачине I , сила којом магнетно поље магнета \mathbf{B} делује на струјни елемент $I d\mathbf{l}$ може се израчунати користећи се формулом за магнетну силу $d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$. Да бисмо поједноставили израчунавање силе претпостављамо следеће:

- Калем има N намотаја који се налазе у истој равни, са заједничким центром и једнаким радијусом R . Другим речима, ефекат коначне дебљине жице се занемарује.
- Магнет и калем су коаксијални, тако да координата која је неопходна за описивање њиховог релативног положаја је аксијално растојање z између њихових центара.
- Магнет се понаша као тачкасти магнетни дипол чији је магнетни диполни момент \mathbf{m} (интензитет непознат), лоцираног у његовом центру и усмереног у аксијалном правцу (слика 4).



СЛИКА 4. Геометрија модела за израчунавање силе (горњи цилиндар – магнет, доњи круг – калем) (*Phys. Educ.* 54 (2019) 055025 (6pp)).

У литератури налазимо да магнет чији је магнетни момент \mathbf{m} на растојању r ствара магнетно поље индукције

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} - \frac{\mathbf{m}}{r^3} \right) \quad (1)$$

Згодно је користити цилиндричне координате (ρ, φ, z) са координатним почетком у центру магнета. Тада је $\mathbf{m} = m\mathbf{e}_z$ и $\mathbf{r} = R\mathbf{e}_\rho - z\mathbf{e}_z$, након чега израз за магнетну индукцију постаје

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[-\frac{3zR}{R^2 + z^2} \mathbf{e}_\rho + \left(\frac{3z^2}{R^2 + z^2} - 1 \right) \mathbf{e}_z \right] \quad (2)$$

Оријентисани сегмент контуре је $d\mathbf{l} = R d\varphi \mathbf{e}_\varphi$. Узимајући у обзир векторски производ у изразу за силу којом магнетно поље делује на струјни сегмент $d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$ добијамо

$$d\mathbf{F} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{mIR}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left[\frac{3zR}{R^2 + z^2} \mathbf{e}_z + \left(\frac{3z^2}{R^2 + z^2} - 1 \right) \mathbf{e}_\rho \right] d\varphi. \quad (3)$$

Да бисмо израчунали укупну силу којом магнетно поље делује на калем, потребно је интегралити претходни израз у границама 0 до $2\pi N$. Радијалне компоненте силе се поништавају због симетрије проблема, тако да "преживе" само вертикалне компоненте силе. Дакле, резултујућа сила на калем је усмерена у правцу осе калема вертикално навише. Уводећи бездимензиону величину $\xi = z/R$, коначно добијамо израз за силу

$$\mathbf{F} = \frac{3\mu_0 mNI}{2R^2} \frac{\xi}{(1 + \xi^2)^{5/2}} \mathbf{e}_z. \quad (4)$$

Анализом овог израза закључујемо да за мале вредности z (односно ξ) доминира бројилац у изразу за силу тако да је сила линеарно расте са z . На великим удаљеностима од калема сила тежи нули. Максимум функције $F(z)$ се добија за $z = R/2$.

3. Задатак

1. Мерењем проверити зависност магнетне силе од јачине струје у калему.
2. Снимити зависност магнетне силе од удаљености између магнета и калема.
3. Графички приказати зависности под 1 и 2.
4. Дискутовати грешке мерења у оба случаја.
5. Помоћу пакета *Wolfram Mathematica 8* нацртати функцију 4 и одредити максимум функције.

4. Сугестије за дискусију

Описани експеримент се може реализовати са ученицима треће године гимназије када се обрађује тема Магнетно поље. Посебно је корисно да ученици уоче линеарну зависност магнетне силе од јачине струје у контури, без обзира о ком типу извора магнетног поља је реч. Такође, препорука је да се са ученицима четвртог разреда гимназије анализира функција $F(z)$ коју даје аналитички модел, и облик функције упореди са резултатом који даје експеримент.